Aufgabe

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rührkessel wird zum Zeitpunkt t_0=0 die Einlaufkonzentration eines Spurstoffes A von null auf c_{ein} eingestellt. Die hydrodynamische Verweilzeit betrage τ=10 sec. Wann ist die Auslaufkonzentration c_{aus} gleich 90 % von c_{ein} (ohne Reaktion!)?

Aufgabe und Lösung

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rührkessel wird zum Zeitpunkt t_0=0 die Einlaufkonzentration eines Spurstoffes A von null auf c_{ein} eingestellt. Die hydrodynamische Verweilzeit betrage τ=10 sec. Wann ist die Auslaufkonzentration c_{aus} gleich 90 % von c_{ein} (ohne Reaktion!)?

für t≥0 gilt $\frac{dc}{dt} = \frac{c_{ein} - c}{\tau}$ Trennung der Variablen $\frac{dc}{c_{ein} - c} = \frac{1}{\tau} dt$

$$\int \frac{dc}{c_{ein} - c} = \int \frac{1}{\tau} dt \qquad \int_0^{c(t')} \frac{dc}{c_{ein} - c} = \int_0^{t'} \frac{1}{\tau} dt \qquad -\ln(c_{ein} - c)\Big|_0^{c(t')} = \frac{(t'-0)}{\tau}$$

Aufgabe und Lösung

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rührkessel wird zum Zeitpunkt t_0=0 die Einlaufkonzentration eines Spurstoffes A von null auf c_{ein} eingestellt. Die hydrodynamische Verweilzeit betrage τ=10 sec. Wann ist die Auslaufkonzentration c_{aus} gleich 90 % von c_{ein} (ohne Reaktion!)?

$$-\ln(c_{ein} - c)\Big|_0^{c(t')} = \frac{(t'-0)}{\tau} = -\ln\left(\frac{c_{ein} - c(t')}{c_{ein}}\right) \qquad \frac{c_{ein} - c(t')}{c_{ein}} = e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

$$c(t') = c_{ein}(1 - e^{-\frac{t'}{\tau}})$$ Einsetzen der Vorgaben $$0{,}9c_{ein} = c_{ein}(1 - e^{-\frac{t_{90}}{\tau}})$$

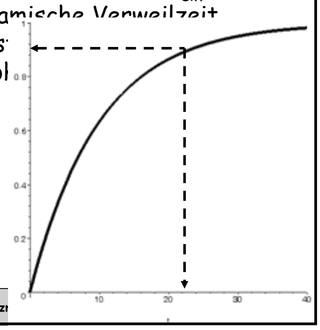
$$0{,}1 = e^{-\frac{t_{90}}{\tau}} \qquad t_{90} = -\tau \ln(0{,}1) = -10\sec \ln(0{,}1) \qquad \boxed{t_{90} = 23{,}03\sec}$$

Aufgabe und Lösung

In einem kontinuierlich betriebenen idealen Rührkessel wird zum Zeitpunkt t_0=0 die Einlaufkonzentration eines Spurstoffes A von null auf c_{ein} eingestellt. Die hydrodynamische Verweilzeit betrage τ=10 sec. Wann is[t die Auslaufkonzentration] c_{aus} gleich 90 % von c_{ein} (o[hne Reaktion!)?]

$$c(t') = c_{ein}(1 - e^{-\frac{t'}{\tau}})$$

$$\boxed{t_{90} = 23{,}03\sec}$$



Aufgabe und Lösung

Für eine gegebene Reaktion $A \longrightarrow B$ mit $R = -kc^2$ in einem PFR soll der Umsatz von 1/3 auf 2/3 erhöht werde. Wie muss das Volumen geändert werden?

Design-Gleichung: $$\tau = \frac{V}{\dot{V}} = c_0 \int_0^{U'} \frac{dU}{-R}$$

$$U = \frac{c_0 - c}{c_0} \Rightarrow U = 1 - \frac{c}{c_0} \Rightarrow c = c_0(1 - U)$$

$$R = -kc^2 \qquad R = -kc_0^2(1-U)^2 \qquad \tau = \frac{V}{\dot{V}} = c_0 \int_0^{U'} \frac{dU}{kc_0^2(1-U)^2}$$

Aufgabe und Lösung

Für eine gegebene Reaktion $A \longrightarrow B$ mit $R = -kc^2$ in einem PFR soll der Umsatz von 1/3 auf 2/3 erhöht werde. Wie ändert sich das Volumen?

$$\tau = \frac{V}{\dot{V}} = c_0 \int_0^{U'} \frac{dU}{kc_0^2(1-U)^2} \qquad V = c_0 \dot{V} \int_0^{U'} \frac{dU}{kc_0^2(1-U)^2}$$

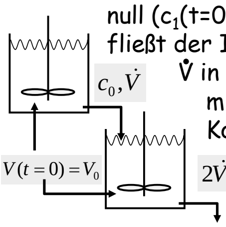
$$V = \frac{\dot{V}}{kc_0} \frac{1}{1-U}\Big|_0^{U'} = \frac{\dot{V}}{kc_0}\left(\frac{1}{1-U'} - 1\right) = \frac{\dot{V}}{kc_0}\left(\frac{U'}{1-U'}\right)$$

$$\frac{V_{1/3}}{V_{2/3}} = \frac{\left(\frac{\frac{1}{3}}{\left[1-\frac{1}{3}\right]}\right)}{\left(\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{(2)} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{V_{2/3} = 4V_{1/3}}$$

Aufgabe und Lösung

Gegeben ist ein Reaktorsystem, das aus zwei identischen idealen Rührkesseln besteht. In dem ersten Reaktor mit dem Volumen V_0 befindet sich ein Spurstoff der Konzentration c_0. In dem zweiten Reaktor ist die Konzentration des Spurstoffs null ($c_1(t=0)=0$). Aus dem ersten Reaktor fließt der Inhalt mit einem Volumenstrom $\dot V$ in den zweiten, dessen Inhalt sich mit $2\dot V$ entleert. Wie groß ist die Konzentration des Spurstoffs im zweiten Reaktor?



$$\frac{dV}{dt} = \dot V - 2\dot V \qquad \frac{dVc}{dt} = \dot V c_0 - 2\dot V c$$

Lösung

$$\frac{dV}{dt} = \dot V - 2\dot V \qquad \frac{dV}{dt} = -\dot V$$

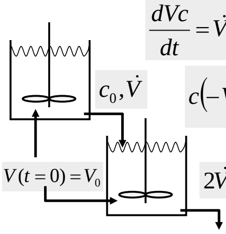
Trennung der Variablen

$$dV = -\dot V dt \qquad \int_{V_0}^{V(t')} dV = -\dot V \int_0^{t'} dt$$

$$V(t') - V_0 = -\dot V (t' - 0) \qquad V(t') = V_0 - \dot V t' \qquad V(t) = V_0 - \dot V t$$

$$\frac{dVc}{dt} = \dot V c_0 - 2\dot V c \qquad c\frac{dV}{dt} + V\frac{dc}{dt} = \dot V c_0 - 2\dot V c$$

$$c(-\dot V) + V\frac{dc}{dt} = \dot V c_0 - 2\dot V c \qquad V\frac{dc}{dt} = \dot V c_0 - \dot V c$$



$$\frac{dc}{dt} = \frac{\dot V c_0 - \dot V c}{V}$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\dot V c_0 - \dot V c}{V_0 - \dot V t}$$

Lösung

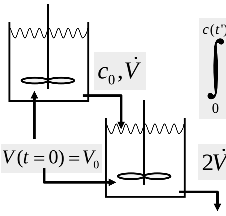
$$\frac{dc}{dt} = \frac{\dot V c_0 - \dot V c}{V_0 - \dot V t}$$

Trennung der Variablen

$$\frac{dc}{\dot V c_0 - \dot V c} = \frac{dt}{V_0 - \dot V t} \qquad \int_0^{c(t')} \frac{dc}{\dot V c_0 - \dot V c} = \int_0^{t'} \frac{dt}{V_0 - \dot V t}$$

Substitution

$$x = \dot V c_0 - \dot V c \qquad \frac{dx}{dc} = -\dot V \qquad dc = -\frac{dx}{\dot V}$$



$$\int_0^{c(t')} \frac{dc}{\dot V c_0 - \dot V c} = \int_a^b \frac{dx}{-\dot V x} = \frac{1}{-\dot V}\int_a^b \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{1}{-\dot V} \ln(x)\Big|_a^b$$

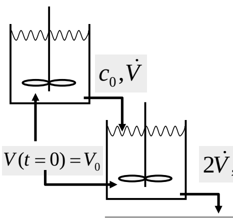
$$= \frac{1}{-\dot V} \ln(\dot V c_0 - \dot V c)\Big|_0^{c(t')}$$

Lösung

$$\int_0^{c(t')} \frac{dc}{\dot V c_0 - \dot V c} = \int_0^{t'} \frac{dt}{V_0 - \dot V t} = \frac{1}{-\dot V} \ln(\dot V c_0 - \dot V c)\Big|_0^{c(t')}$$

$$x = \dot V c_0 - \dot V c$$

$$= \frac{1}{-\dot V} \ln(V_0 - \dot V t)\Big|_0^{t'}$$



$$\ln\left(\frac{\dot V c_0 - \dot V c(t')}{\dot V c_0}\right) = \ln\left(\frac{V_0 - \dot V t'}{V_0}\right)$$

Exponenzieren

$$\frac{c_0 - c(t')}{c_0} = \frac{V_0 - \dot V t'}{V_0}$$

Gradientenmischer

$$c(t') = c_0 \frac{\dot V}{V_0} t' \qquad \boxed{c(t) = c_0 \frac{\dot V}{V_0} t}$$