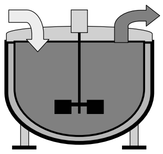
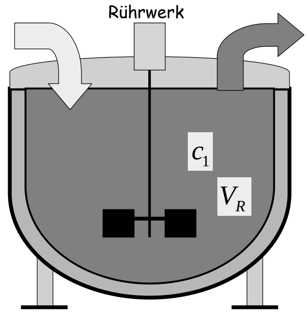
Idealer Durchflussrührkesselreaktor (CSTR)

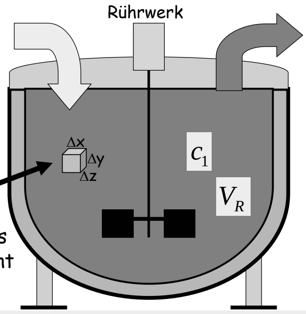


Berechnung der globalen Bilanz des CSTR mit Hilfe der lokalen Bilanzgleichung und des Gauß'schen Satzes

Idealer Durchflussrührkesselreaktor (CSTR)



Idealer Durchflussrührkesselreaktor (CSTR)



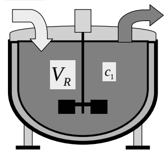
Gilt für infinitesimales Volumenelement

Stöchiometrische Koeffizient

ν_i

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -div(\vec{u}c_i) + div\left(D\,grad(c_i)\right) + \nu_i r_V$$

Idealer Durchflussrührkesselreaktor (CSTR)



$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -div(\vec{u}c_i) + \cancel{div\left(D\,grad(c_i)\right)} + \nu_i r_V$$

Ideale Durchmischung grad(c)=0

Lokale Bilanz gilt für infinitesimales Volumenelement!
Integration über Reaktorvolumen V_R:

$$\int_{V_R} \frac{\partial c_1}{\partial t} dV = \int_{V_R} \left(-div(\vec{u}c_1) + \nu_1 r_V\right) dV$$

$$\int_{V_R} \frac{\partial c_1}{\partial t} dV = -\int_{V_R} div(\vec{u}c_1) dV + \int_{V_R} \nu_1 r_V dV$$

$$\int_{V_R} \frac{\partial c_1}{\partial t} dV = -\int_{V_R} div(\vec{u}c_1) dV + \int_{V_R} \nu_1 r_V dV$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} V_R = -\int_{V_R} div(\vec{u}c_1) dV + \nu_1 r_V V_R$$

Definition der Divergenz

$$div\,\vec{j}(x,y,z) := \lim_{V(F)\to 0} \frac{1}{V(F)} \oint_F \vec{j}(x,y,z)\,d\vec{F}$$

lokale Quellenstärke

Gauß'scher Satz

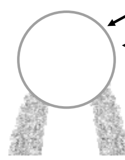
$$\oint_F \vec{j}(x,y,z)\,d\vec{F} = \int_{V(F)} div\,\vec{j}(x,y,z)\,dV$$

Der Anteil des Vektorfeldes, der durch die Oberfläche eines Volumens strömt, muss aus den Quellen des Volumens kommen oder in den Senken des Volumens verschwinden.

Gauß'scher Satz

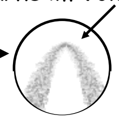
$$\underbrace{\oint_F \vec{j}(x,y,z)\,d\vec{F}}_{\text{Fluss durch die Fläche}} = \underbrace{\int_{V(F)} div\,\vec{j}(x,y,z)\,dV}_{\text{Quellstärke im Volumen}}$$

Fluss durch die Fläche = Quellstärke im Volumen



Bilanzbereich

Die Fläche umschließt das Volumen!

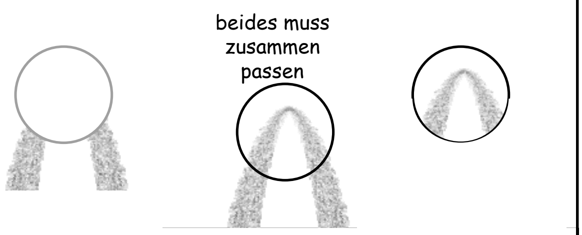


nur was durch die Fläche geht ist von Bedeutung

nur was im Volumen quellt ist von Bedeutung

Gauß'scher Satz

$$\oint_F \vec{j}(x,y,z)\,d\vec{F} = \int_{V(F)} div\,\vec{j}(x,y,z)\,dV$$



$$\int_{V_R} \frac{\partial c_1}{\partial t}\,dV = -\int_{V_R} div(\vec{u}c_1)\,dV + \int_{V_R} \nu_1 r_V\,dV$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} V_R = -\int_{V_R} div(\vec{u}c_1)\,dV + \nu_1 r_V V_R$$

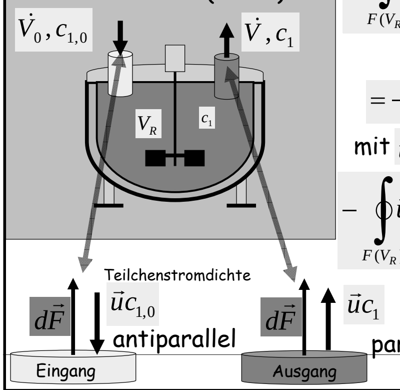
Gauß'scher Satz $\oint_F \vec{j}(x,y,z)\,d\vec{F} = \int_{V(F)} div\,\vec{j}(x,y,z)\,dV$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} V_R = -\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F} + \nu_1 r_V V_R$$

$-\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F}$ nur diesen Term betrachten

---

Idealer Durchflussrühr-kesselreaktor (CSTR)



$$-\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F} =$$

nur Beiträge, wo etwas hinein und heraus fließt

$$= -\left(-u_0 c_{1,0} F + u c_1 F\right)$$

mit $uF = \dot{V}$ folgt

$$-\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F} = \dot{V}_0 c_{1,0} - \dot{V} c_1$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial c_1}{\partial t} V_R = -\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F} + \nu_1 r_V V_R \\ -\oint_{F(V_R)} \vec{u}c_1\,d\vec{F} = \dot{V}_0 c_{1,0} - \dot{V} c_1 \end{array}\right\}$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} V_R = \dot{V}_0 c_{1,0} - \dot{V} c_1 + \nu_1 r_V V_R$$

$$\frac{dc_1}{dt} V_R = \dot{V}_0 c_{1,0} - \dot{V} c_1 + \nu_1 r_V V_R$$

$$\frac{dc_1}{dt} = \frac{\dot{V}_0}{V_R} c_{1,0} - \frac{\dot{V}}{V_R} c_1 + \nu_1 r_V$$

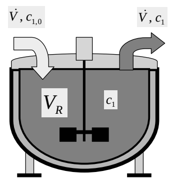
Bei volumenbeständigen Reaktionen ist $\dot{V}_0 = \dot{V}$

einführen von $\tau = \frac{V_R}{\dot{V}}$

$$\frac{dc_1}{dt} = \frac{c_{1,0} - c_1}{\tau} + \nu_1 r_V$$

Idealer Durchflussrührkesselreaktor (CSTR)

Die globale Stoffbilanz für den CSTR ergibt



$$\frac{dc_1}{dt} = \frac{c_{1,0} - c_1}{\tau} + \nu_1 r_V$$

mit $\tau = \frac{V_R}{\dot{V}}$